Kanton St. Gallen
Bildungsdepartement

BMS / FMS / WMS / IMS
Aufnahmeprüfung Herbst 2023

Mathematik 2

(mit Taschenrechner)

Dauer: 60 Minuten

LÖSUNGEN

Kandidatennummer:

Geburtsdatum:

Korrigiert von:

Punktzahl / Note:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
Mögliche Punkte	8	4	6	3	5	6	5	4	41
Erreichte Punkte									

Erreichte Punktzahl:

Schlussnote:

Material: **Taschenrechner (gemäss Prüfungsanforderungen), Tintenschreiber, Bleistift, Radiergummi, Geodreieck und Zirkel**

Löse die Aufgaben auf diesen Blättern.
Der korrekte Lösungsweg muss aus der Darstellung klar ersichtlich sein.

Löse die Aufgaben auf diesen Blättern.
Der Lösungsweg muss aus der Darstellung klar ersichtlich sein.

Aufgabe 1

a) Setze die gegebenen Werte für a und b ein und runde das Resultat auf zwei Nachkommastellen.

$2a - 3b - \sqrt{4a + 5b^2}$ mit $a = 2{,}1$ und $b = -1{,}8$

$\mathbf{4,640161293 \cong \underline{\underline{4,64}}}$

2 Punkte, für falsches Runden: 1 Punkt Abzug

b) Berechne und gib die Lösung in cm an.

$0{,}43\ \text{dm} + 126\ \text{mm} + 0{,}000053\ \text{km} - 8{,}8\ \text{cm}$

$\mathbf{4,3\ cm + 12,6\ cm + 5,3\ cm - 8,8\ cm = \underline{\underline{13,4\ cm}}}$

2 Punkte (auch ohne Einheit; bei falscher Einheit und korrektem Wert: 1 Punkt)

c) Wandle die einzelnen Angaben in der Tabelle in Liter um.

$0{,}004\ \text{h}\ell$	$3{,}1 \cdot 10^3\ \text{m}\ell$	$25\ \text{cm}^3$
$\mathbf{0,4\ \ell}$	$\mathbf{3,1\ \ell}$	$\mathbf{0,025\ \ell}$

3 Punkte (1 Punkt pro Umwandlung)

d) Wandle $8{,}585\ \ell$ in m^3 um.

$\mathbf{8,585\ \ell = \underline{\underline{0,008585\ m^3}}}$

1 Punkt

8 Punkte

Aufgabe 2

An der EM 2020 gab es in den 51 Spielen insgesamt 142 Tore. Davon wurden sieben Tore erst in der Verlängerung erzielt. Tore von Penaltyschiessen nach Verlängerung wurden nicht berücksichtigt.

a) Wie viele Tore wurden durchschnittlich pro Spiel erzielt? Runde auf die nächstgrösste ganze Zahl.

$$\frac{142}{51} = 2,784313725 \approx \underline{\underline{3 \text{ Tore}}}$$

1 Punkt (ohne Rundung auf 3 Tore: 0,5 Punkte)

b) Wie viele Tore wurden in der regulären Spielzeit erzielt?

$142 - 7 = 135$ **Tore in der regulären Spielzeit**

0,5 Punkte

Wie viele Minuten brauchten die Spieler somit durchschnittlich für ein Tor, wenn man nur die reguläre Spielzeit (das sind 90 min pro Spiel) betrachtet?

$$51 \cdot 90 \text{ min} = 4590 \text{ min}$$

$$\frac{4590 \text{ min}}{135} = \underline{\underline{34 \text{ min}}}$$

1 Punkt

c) England hat 5 Kopfballtore, die Schweiz 3, sechs weitere Teams je 2 und sieben weitere Teams je 1 Kopfballtor erzielt.

Wie viele Kopfballtore wurden insgesamt erzielt?

$$5 + 3 + 2 \cdot 6 + 1 \cdot 7 = 27$$

0,5 Punkte

Wie gross ist der prozentuale Anteil an Kopfballtoren?

$$\frac{27}{142} \cdot 100\,\% = \underline{\underline{19,01408451\,\%}}$$

1 Punkt

4 Punkte

Aufgabe 3

a) Quadriere die Zahlen $-\sqrt{74}$ und 5.

$\left(-\sqrt{74}\right)^2 = 74$ $\qquad$ $5^2 = 25$

Bilde nun von diesen Quadraten die Differenz.

$\left(-\sqrt{74}\right)^2 - 5^2 = 74 - 25 = 49$ $\quad$ **oder** $\quad$ $5^2 - \left(-\sqrt{74}\right)^2 = 25 - 74 = -49$

Ziehe anschliessend aus der Differenz die Wurzel.

$\sqrt{49} = \underline{\underline{7}}$ $\quad$ **oder** $\quad$ $\sqrt{-49} \rightarrow \underline{\underline{\text{keine Lösung}}}$

je 1 Punkt

b) Gib die grösste gerade 3-stellige Quadratzahl an.

900

Bestimme die fünfte Potenz der kleinsten geraden Zahl.

$2^5 = 32$

Bestimme den Wert des Quotienten dieser beiden Zahlen.

$\frac{900}{2^5} = \frac{225}{8} = \underline{\underline{28,125}}$ $\quad$ **oder** $\quad$ $\frac{2^5}{900} = \frac{32}{900} = \frac{8}{225} = \underline{\underline{0,03\overline{5}}}$

je 1 Punkt

6 Punkte

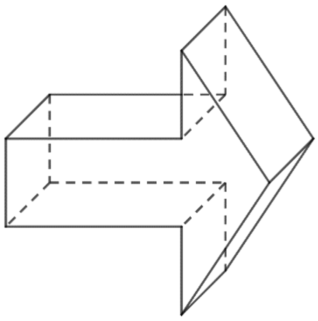
Aufgabe 4

Der Mathematiker Leonhard Euler (1707-1793) bewies, dass für einen Körper, der von ebenen Flächen begrenzt wird, immer gilt:

$e + f = k + 2$

e = Anzahl der Ecken
f = Anzahl der Flächen
k = Anzahl der Kanten

a) Überprüfe Eulers Behauptung am abgebildeten Körper.



$e = \mathbf{14}$ $\qquad e + f = \mathbf{23}$

$f = \mathbf{9}$ $\qquad k + 2 = \mathbf{23}$

$k = \mathbf{21}$

je 0,5 Punkte (keine Punkte für Folgefehler)

b) Wie viele Kanten hat ein Körper, der 12 Ecken und 8 Flächen besitzt?

$k = \mathbf{18}$

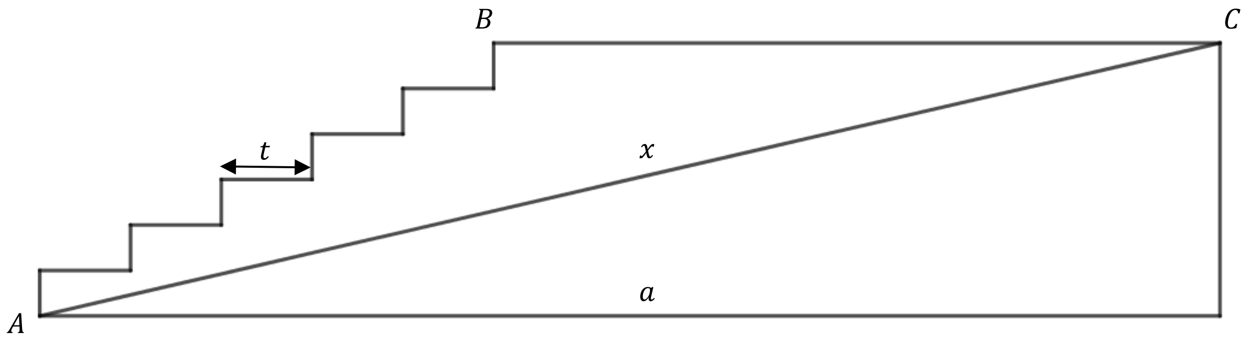
0,5 Punkte

3 Punkte

Aufgabe 5

Es führt eine Treppe von A auf den ebenen Platz B. Der Höhenunterschied beträgt 90 cm und jede Treppenstufe hat eine Tiefe von $t = 26$ cm. Eine Architektin hat den Auftrag, eine Rampe für Rollstuhlfahrer (von A nach C) zu planen.

Die Abbildung ist nicht massstabsgetreu.



a)	Wie hoch ist eine Treppenstufe?	$\mathbf{90\text{ cm} : 6 = \underline{\underline{15\text{ cm}}}}$
b)	Berechne die Steigung der Treppe in Prozent.	$\mathbf{5 \cdot 26\text{ cm} = 130\text{ cm}}$ $\mathbf{\frac{90}{130} \approx \underline{\underline{69,230769\ \%}}}$
c)	Wie lang muss die horizontale Projektion (Horizontaldistanz) a sein, damit die Steigung für die Rollstuhlfahrer 15 % beträgt?	$\mathbf{\frac{90\text{ cm}}{a} = 0,15 \rightarrow a = \frac{90\text{ cm}}{0,15} = 600\text{ cm} = \underline{\underline{6\text{ m}}}}$
d)	Wie lang ist die Rampe x (Strecke $\overline{AC}$) für die Rollstuhlfahrer, wenn die Steigung 15 % beträgt?	$\mathbf{x = \sqrt{(600\text{ cm})^2 + (90\text{ cm})^2} \approx \underline{\underline{606,71245\text{ cm}}}}$
e)	Berechne die Länge der ebenen Rampe $\overline{BC}$ für die Fussgänger.	$\mathbf{600\text{ cm} - 130\text{ cm} = 470\text{ cm} = \underline{\underline{4,7\text{ m}}}}$

1 Punkt pro Teilaufgabe

5 Punkte

Aufgabe 6

a) Frau Sparsam zahlt CHF 680 in Zehn- und Zwanzig-Franken-Scheinen auf ein Konto ein. Zusammen sind es 44 Scheine.
Wie viele Scheine jeder Art zahlt Frau Sparsam ein?

x = Zehn-Franken-Scheine
$44 - x$ = Zwanzig-Franken-Scheine **1 Punkt**

$10 \cdot x + 20 \cdot (44 - x) = 680$ **1 Punkt**
$x = 20$

Es werden 20 Zehn-Franken-Scheine und 24 Zwanzig-Franken-Scheine einbezahlt.

1 Punkt für die Lösung (mit richtigem Resultat auch ohne Gleichung volle Punktzahl)

b) In einer Zahlenfolge mit sechs Zahlen ist jede Zahl um 5 grösser als die vorhergehende. Die Summe der Zahlen ist 585.
Wie gross ist die kleinste und wie gross ist die grösste der sechs Zahlen?

$$x + (x+5) + (x+10) + (x+15) + (x+20) + (x+25) = 585$$
$$6x + 75 = 585$$
$$6x = 510$$

$$x_{kl} = \underline{\underline{85}}$$

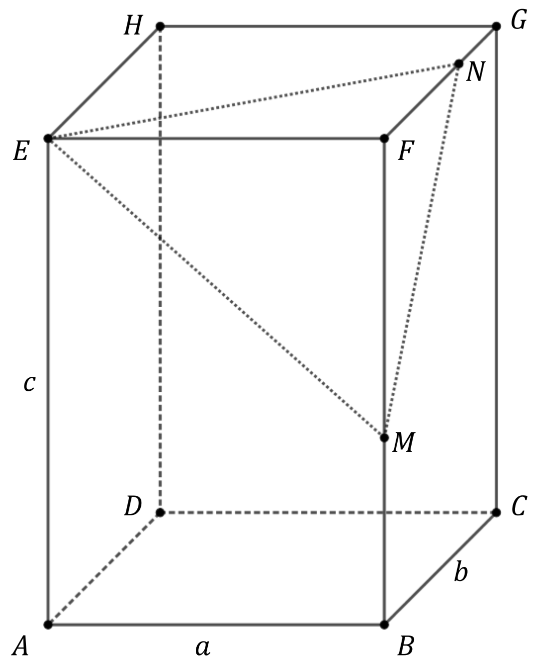
$$x_{gr} = x_{kl} + 25 = \underline{\underline{110}}$$

1 Punkt für erste Zeile
1 Punkt für das Lösen der Gleichung
je 0,5 Punkte für die beiden Lösungen
(mit richtigem Resultat auch ohne Gleichung volle Punktzahl)

6 Punkte

Aufgabe 7

Gegeben ist ein Holzquader mit den Seitenlängen $a = 4{,}8$ cm, $b = 4{,}2$ cm und $c = 7{,}6$ cm.



a) Berechne die Länge der Diagonalen d durch den Quader von B nach H.

$$d = \sqrt{(4{,}8\text{ cm})^2 + (4{,}2\text{ cm})^2 + (7{,}6\text{ cm})^2}$$
$$d = \sqrt{98{,}44\text{ cm}^2} = \underline{\underline{9{,}921693404\text{ cm}}}$$

2 Punkte

Für ein Kunstwerk wird die gepunktet eingezeichnete Pyramide mit den Eckpunkten $EFMN$ abgeschnitten. Dabei betragen die Strecken $\overline{BM} = 2$ cm und $\overline{GN} = 1$ cm.

b) Wie gross ist der Flächeninhalt des Dreiecks EFN?

$$A_\Delta = \frac{a \cdot (b - 1\text{ cm})}{2} = \frac{4{,}8\text{ cm} \cdot 3{,}2\text{ cm}}{2} = \underline{\underline{7{,}68\text{ cm}^2}}$$

1 Punkt

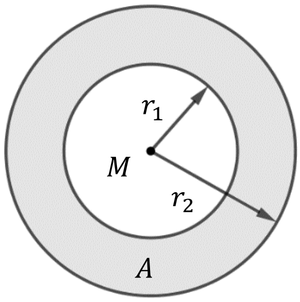
c) Das Volumen der abgeschnittenen Pyramiden $EMNF$ beträgt $14{,}336\text{ cm}^3$.
Wie gross ist der prozentuale Anteil der Pyramide am gesamten Quader?

$$V_{gesamt} = a \cdot b \cdot c = 4{,}8\text{ cm} \cdot 4{,}2\text{ cm} \cdot 7{,}6\text{ cm} = 153{,}216\text{ cm}^3$$
$$\frac{V_P}{V_{gesamt}} = \frac{14{,}336}{153{,}216} \cdot 100\ \% = \underline{\underline{9{,}356725146\ \%}}$$

2 Punkte

5 Punkte

Aufgabe 8



Der innere Kreis hat den Umfang $U_1 = 31{,}2$ cm und der in der nicht massstabsgetreuen Skizze grau gefärbte Flächeninhalt beträgt $A = 42$ cm^2.

a) Bestimme den Radius r_1.

$\boldsymbol{U_1 = 2 \cdot r_1 \cdot \pi}$ $\qquad$ $\boldsymbol{r_1 = \frac{U_1}{2\pi} = \frac{31{,}2}{2 \cdot \pi} = 4{,}965634224\ \text{cm}}$ **1 Punkt**

b) Berechne den Flächeninhalt A_1 mit Radius r_1 und den Flächeninhalt A_2 mit Radius r_2.

$\boldsymbol{A_1 = r_1^2 \cdot \pi = 77{,}4638939\ \text{cm}^2}$ **und** $\boldsymbol{A_2 = A_1 + 42 = 119{,}4638939\ \text{cm}^2}$ **je 1 Punkt**

c) Bestimme den Radius r_2. Runde das Resultat auf zwei Nachkommastellen.

$\boldsymbol{r_2 = \sqrt{\frac{A_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{119{,}4638939\ \text{cm}^2}{\pi}} = 6{,}166566182\ \text{cm} \cong \underline{\underline{6{,}17\ \text{cm}}}}$ **1 Punkt**

(Folgefehler berücksichtigen)

4 Punkte