Kanton St. Gallen
Bildungsdepartement

BMS / FMS / WMS / WMI / IMS
Aufnahmeprüfung Frühling 2021

Mathematik 2

(mit Taschenrechner)

Dauer: 60 Minuten

Kandidatennummer: ______________________

Geburtsdatum: ______________________

Korrekturanleitung

Punktzahl / Note:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
Mögliche Punkte	4	4	5	7	5	6	4	6	6	47
Erreichte Punkte										

Erreichte Punktzahl: ____________

Schlussnote: ____________

Material: Tintenschreiber, Bleistift, Radiergummi, Geodreieck, Taschenrechner

Löse die Aufgaben auf diesen Blättern.
Der Lösungsweg muss aus der Darstellung klar ersichtlich sein.

Lösungen

Korrekturanleitung

Die Korrekturanleitung legt die Verteilung der Punkte auf die einzelnen Aufgaben oder Aufgabenteile fest. Die dient als Richtlinie bei der Bewertung von unvollständig oder teilweise falsch gelösten Aufgaben. Ist eine Aufgabe klar und richtig gelöst, so ist die entsprechende Punktzahl unabhängig vom eingeschlagenen Weg zu erteilen.

Einige Hinweise:

- Fehlen die Lösungswege oder sind diese unklar, so sind angemessene Abzüge zu machen. Ausnahmen sind angegeben.
- Auch bei mangelhafter Darstellung soll ein angemessener Abzug gemacht werden.
- Wo nichts anderes angegeben ist, wird als Richtwert pro Fehler 1 Punkt abgezogen. Dies gilt insbesondere für Rechenfehler wie auch für Abschreibfehler. Für kleinere Versehen wird ½ Punkt abgezogen.
- Fehlerfortpflanzungen führen nur dann zu weiteren Abzügen, wenn sich dadurch die Aufgabe wesentlich vereinfacht oder wenn ein unsinniges Ergebnis entsteht.
- Überlegungsfehler und grobe Mathematikfehler rechtfertigen auch höhere Abzüge bis zum Totalabzug.
- Dasselbe gilt für falsch aufgestellte Gleichungen. Das Lösen solcher Gleichungen gibt nicht in jedem Fall Anrecht auf Punkte.

Die Anwendung dieser Richtlinien liegt im Ermessen der Korrigierenden. In Zweifelsfällen ist eine abteilungs- oder schulinterne Absprache angezeigt.

Löse die Aufgaben auf diesen Blättern.
Der Lösungsweg muss aus der Darstellung klar ersichtlich sein.

Aufgabe 1

a) Berechne und runde das Ergebnis auf drei Dezimalstellen:

$$\frac{2 + 1{,}04^4 \cdot (-12{,}39 - 37{,}8)}{\sqrt{(45{,}6 + 21{,}97)^3}} = -0{,}10211 \approx \underline{\underline{-0{,}102}}$$

2P

b) Setze für die Variablen die entsprechenden Werte ein und berechne den Term.

2P

a	**b**	**c**	$\frac{-a - (6b + c)}{(a - 3b)^2}$
3,2	-5,4	8,8	0,054203

4 Punkte

Anzahl Stellen ist egal, Rundung muss aber richtig sein.
Sonst $-\frac{1}{2}$ P

Aufgabe 2

Frau Sutter bastelt gerne mit Holz. Ihre Freundin hat sie gebeten für ihren Sohn quaderförmige Holzklötzchen zu sägen. Frau Sutter sägt somit 100 quaderförmige Klötzchen, die alle etwa 6 cm lang, 3 cm breit und 1 cm hoch sind.

a) Welches Volumen hat ein Klötzchen mit den vorgesehenen Massen?

$V = 6 \cdot 3 \cdot 1 \text{ cm}^3 = \underline{\underline{18 \text{ cm}^3}}$

1P

b) Nachdem sie alle Klötzchen zugesägt hat, stellt sie fest, dass die Klötzchen nicht alle genau gleich gross sind, und dass jede Seitenlänge um maximal 2 Prozent abweichen kann.
Welches Volumen hat ein Klötzchen, das genau 3 cm breit, 1 cm hoch, aber um 2 % zu lang ist?

neue Länge: $6 \cdot 1{,}02 = 6{,}12$ cm

$V = 6{,}12 \cdot 3 \cdot 1 = \underline{\underline{18{,}36 \text{ cm}^3}}$

1P

c) Um wie viel Prozent ist das Volumen eines Klötzchens kleiner, bei dem alle drei Masse 2 % kleiner als vorgesehen sind?

neues Volumen: $\underbrace{5{,}88 \cdot 2{,}94 \cdot 0{,}98 \text{ cm}^3}_{\text{je 98\% vom ursprünglichen Wert}} = 16{,}941456 \text{ cm}^3$

1P

Differenz Volumen: $1{,}058544 \text{ cm}^3 \mathrel{\hat=} 5{,}8808\,\%$

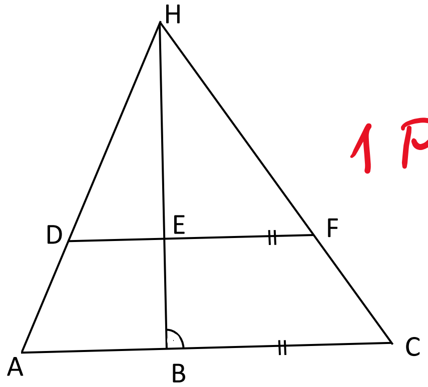
$\approx \underline{\underline{5{,}9\,\%}}$

1P

4 Punkte

Aufgabe 3

Die drei Teilaufgaben sind unabhängig voneinander.

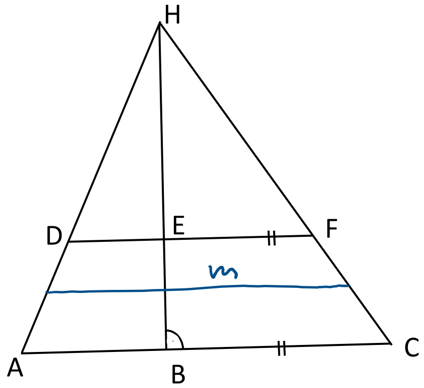


a) $\overline{AC} = 6{,}2$ cm, $\overline{BH} = 5{,}3$ cm
Fläche ACH = ?

$$\text{Fläche ACH} = \frac{6{,}2 \cdot 5{,}3}{2}\ \text{cm}^2$$

$$= \underline{\underline{16{,}43\ \text{cm}^2}}$$

1P



b) Fläche ACFD = 30,195 cm^2, $\overline{DF} = 7{,}2$ cm, $\overline{EB} = 3{,}3$ cm
$\overline{AC}$ = ?

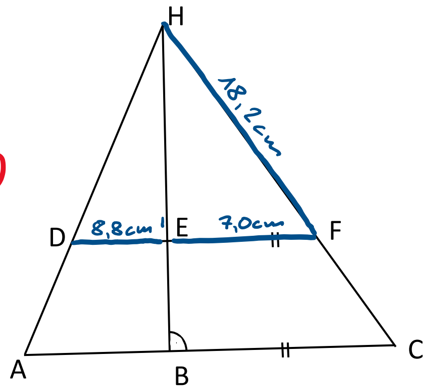
$$m = \frac{30{,}195}{3{,}3}\ \text{cm} = 9{,}15\ \text{cm}$$

1P

$$\overline{AC} = 2 \cdot 9{,}15\ \text{cm} - 7{,}2\ \text{cm}$$

$$= \underline{\underline{11{,}1\ \text{cm}}}$$

1P



c) $\overline{HF} = 18{,}2$ cm, $\overline{DE} = 8{,}8$ cm, $\overline{EF} = 7{,}0$ cm
Fläche DFH = ?

$$\overline{EH} = \sqrt{18{,}2^2 - 7{,}0^2}\ \text{cm} = 16{,}8\ \text{cm}$$

1P

$$\text{Fläche DFH} = \frac{(8{,}8 + 7{,}0) \cdot 16{,}8}{2}\ \text{cm}^2$$

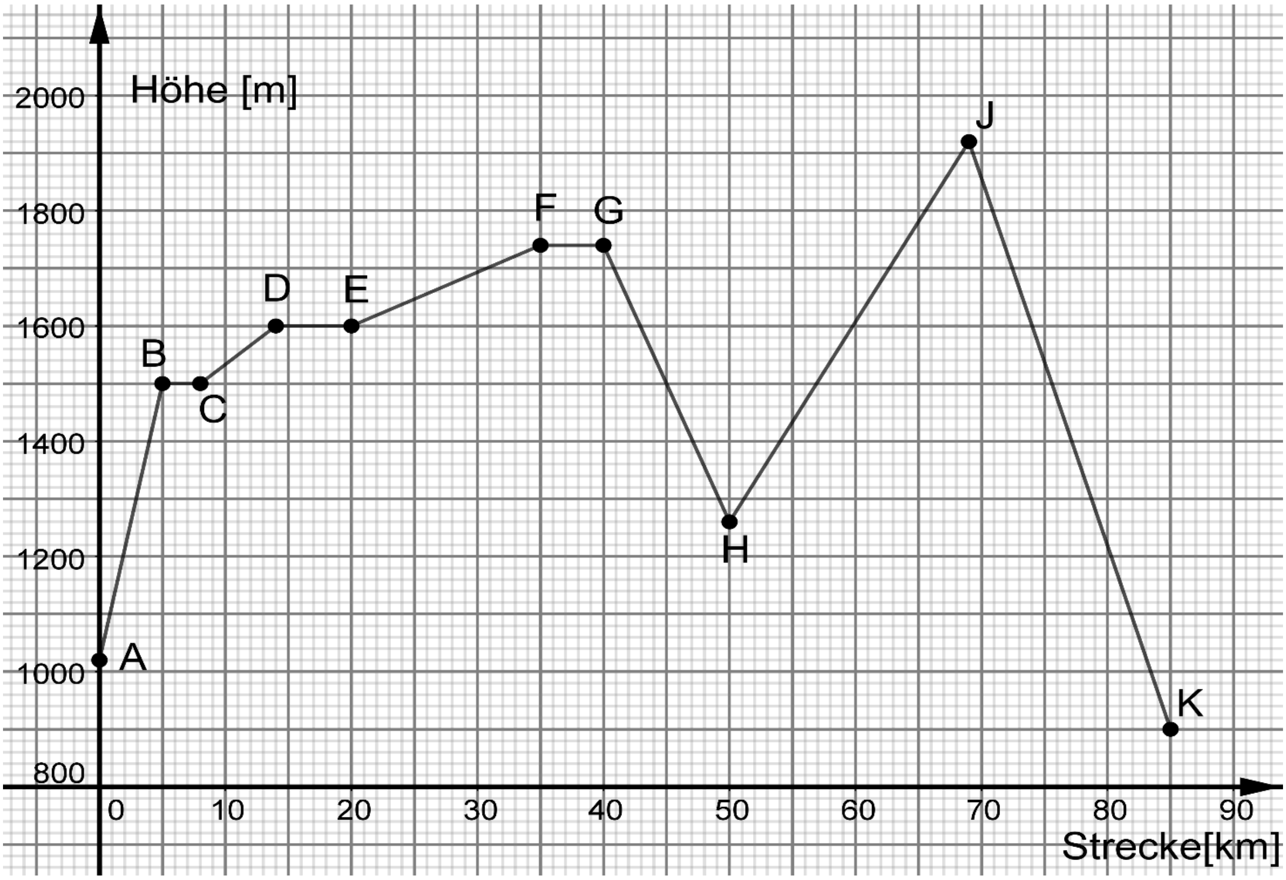
$$= \underline{\underline{132{,}72\ \text{cm}^2}}$$

1P

5 Punkte

Aufgabe 4

Betrachte die untenstehende Graphik. Sie zeigt das vereinfachte Höhenprofil einer mehrtägigen Wanderung.



Beantworte folgende Fragen mit Hilfe der Grafik.

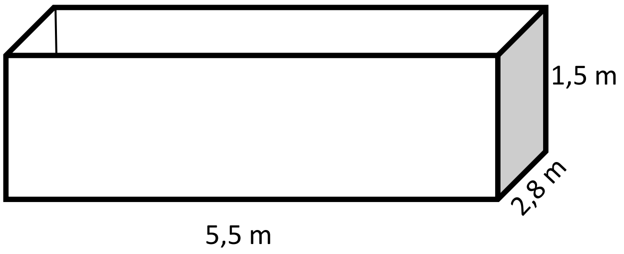
a)	Auf welcher Höhe liegt der Punkt F?	1740 m
b)	Wie weit vom Startpunkt A ist der Punkt J entfernt (horizontale Distanz)?	69 km
c)	Welcher Höhenunterschied wurde auf der Strecke $\overline{EF}$ bewältigt?	140 m
d)	Wie gross ist die Steigung im Abschnitt $\overline{CD}$ in %?	$\frac{1}{60} = 1{,}6\ldots\ \%$
e)	Welcher Abschnitt dieser Wanderung ist der steilste?	$\overline{AB}$
f)	Auf welchem Abschnitt ging es die längste Strecke nur aufwärts?	$\overline{HJ}$
g)	Wie gross war die mittlere Steigung von A bis J in Prozent?	1,3%

je 1 P

7 Punkte

Aufgabe 5

Ein quaderförmiges Becken wird mit Wasser gefüllt. Aus dem Wasserhahn fliessen dabei 35 Liter Wasser pro Minute.



a) Wie viele Liter Wasser haben im Becken Platz?

$V = 5{,}5 \cdot 2{,}8 \cdot 1{,}5\ m^3 = 23{,}1\ m^3$ 0,5P

$= \underline{\underline{23'100\ \ell}}$ 0,5P

b) Um 08:00 Uhr beginnt man mit dem Füllen des Beckens. Um welche Zeit wäre es voll?

$35\ \ell \mathrel{\hat{=}} 1\ min$

$23'100\ \ell \mathrel{\hat{=}} 660\ min = 11\ h$ 1P

Das Becken wäre um **19.00 Uhr** gefüllt. 1P

c) Weil das Füllen so wie bei b) zu lange dauern würde, wird um genau 12:00 Uhr zusätzlich ein zweiter Wasseranschluss mit einer Leistung von 25 Litern pro Minute aktiviert. Um welche Uhrzeit ist das Becken voll?

Füllen bis 12:00 Uhr: $1\ min \mathrel{\hat{=}} 35\ \ell$

$240\ min \mathrel{\hat{=}} 8400\ \ell$ 1P

Um 12:00 Uhr fehlen noch 14'700 ℓ.

$60\ \ell \mathrel{\hat{=}} 1\ min$ (2 Anschlüsse)

$14'700\ \ell \mathrel{\hat{=}} 245\ min = 4\ h\ 5\ min$ 1P

Das Becken ist um **16:05 Uhr** gefüllt.

5 Punkte

Aufgabe 6

Aus der Geschwindigkeit v und der Masse m eines Körpers kann man dessen Energie E nach folgender Formel berechnen:

$$\mathbf{E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}$$

E = Energie in J (Joule)
m = Masse in kg
v = Geschwindigkeit in m/s

a) Ein Auto mit der Masse m = 1'560 kg fährt mit der Geschwindigkeit v = 33 m/s.
Wie gross ist die Energie? Gib das Ergebnis in <u>Kilo</u>joule an.

$$E = \frac{1}{2} \cdot 1'560 \cdot 33^2 \text{ J} = 849'420 \text{ J} = \underline{\underline{849{,}42 \text{ kJ}}}$$

1P 1P

b) Ein Meteorit schlägt auf der Oberfläche des Mars ein. Seine Geschwindigkeit v wurde mit rund 12'000 m/s gemessen. Die Kratergrösse lässt auf eine Einschlagsenergie von E = $5{,}5 \cdot 10^{12}$ J schliessen. Wie gross war die Masse des Meteoriten? Runde auf ganze Tonnen.

$$5{,}5 \cdot 10^{12} \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 12'000^2$$

$$m = \frac{2 \cdot 5{,}5 \cdot 10^{12}}{12'000^2} \text{ kg} \approx 76'389 \text{ kg}$$ 1P

$$\approx \underline{\underline{76 \text{ t}}} = \underline{\underline{76'000 \text{ kg}}}$$ 1P

c) Ein Tennisball wiegt 57 g. Beim Aufschlag von Roger Federer hat der Ball eine Energie von 92 Joule.
Mit welcher Geschwindigkeit schlägt Federer auf? Gib das Ergebnis im m/s und in km/h an.

$$92 \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}057 \text{ kg} \cdot v^2$$ 0,5P

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 92}{0{,}057}} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx \underline{\underline{56{,}82 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} \approx \underline{204{,}5 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

1P 0,5P

6 Punkte

Aufgabe 7

Eine Gruppe von Schülerinnen und Schüler macht im Rahmen einer fünftägigen Projektwoche eine Fahrradtour entlang der Thur. Laut den GPS-Aufzeichnungen des Lehrers legen sie ab dem zweiten Tag jeweils genau drei Kilometer mehr zurück als am Vortag. Eine Ausnahme bildet nur der fünfte Tag, an dem sie 30 Kilometer weniger als das Doppelte der am ersten Tag gefahrenen Strecke zurücklegen. Insgesamt war die gefahrene Strecke 285 Kilometer lang.

Wie lang ist die zurückgelegte Strecke am <u>letzten</u> Tag?

Lösungsweg:

1. Tag	x	km	0,5P
2. Tag	$x + 3$	km	
3. Tag	$x + 6$	km	
4. Tag	$x + 9$	km	
5. Tag	$2x - 30$	km	0,5P
Total	$6x - 12$	km	

$$6x - 12 = 285 \text{ km} \quad 1P$$
$$x = 49{,}5 \text{ km} \quad 1P$$

Am 5. Tag wurden **69 km** zurückgelegt. 1P

4 Punkte

Aufgabe 8

Herr Tanner hat zwei verschiedene Sorten Bodenplatten gekauft, um diese in seinem Haus zu verlegen. Die Platten der Sorte A sind quadratisch mit Seitenlänge 30 cm, jene der Sorte B sind rechteckig, 60 cm lang und 30 cm breit.

1P

a) Fläche einer Platte A: ..0,09.. m^2 Fläche einer Platte B: ..0,18..... m^2

je $\frac{1}{2}$ P

b) Von beiden Sorten sind total 355 Bodenplatten vorhanden. Vervollständige die Tabelle mit entsprechenden Termen.

	Anzahl	Fläche insgesamt
Sorte A	x	$0{,}09x$
Sorte B	$355-x$	$0{,}18(355-x)$

3P

je 1 P

c) Wie viele der 355 Bodenplatten sind vom Typ A, wenn mit allen Platten eine Fläche von genau 44,1 m^2 belegt werden kann?

$$0{,}09x + 0{,}18(355-x) = 44{,}1$$ 1P

$$0{,}09x + 63{,}9 - 0{,}18x = 44{,}1 \quad | +0{,}09x - 44{,}1$$

$$19{,}8 = 0{,}09x$$

$$220 = x$$ 1P

Es hat <u>220 Platten</u> vom Typ A.

6 Punkte

Aufgabe 9

Am 27. September 2020 stimmte das Schweizer Volk über einen zweiwöchigen Vaterschaftsurlaub ab. Runde alle Ergebnisse auf ganze Personen.

a) Die Gemeinde Berneck im Rheintal hatte 2'529 Stimmberechtigte. Wie viele Personen aus Berneck stimmten JA, wenn 58,1 % aller Stimmberechtigten abgestimmt hatten und der Ja-Stimmen-Anteil 47,0 % betrug?

Stimmende tota : $2529 \cdot 0{,}581 = 1469$ Personen 1P

JA-Stimmende : $1469 \cdot 0{,}47 =$ **690 Personen**

Falls direkt gerechnet wird : $2529 \cdot 0{,}581 \cdot 0{,}47 =$ 691 Personen 1P

Dies ist auch korrekt.

b) 9'086 Personen haben in der Stadt St. Gallen gegen den Vaterschaftsurlaub gestimmt. Dies sind 35,66 % aller Personen, welche abgestimmt haben. Die Stimmbeteiligung betrug 57,22 %. Wie viele Personen hätten in der Stadt St. Gallen abstimmen können?

Stimmende Personen total : $9086 : 0{,}3566 = 25'480$ Personen 1P

Stimmberechtigte : $25'480 : 0{,}5722 =$ **44'530 Personen**

Direkte Rechnung : $9086 : 0{,}3566 : 0{,}5722 =$ 44'529 Personen 1P

c) In Oberuzwil war die Abstimmung ganz knapp angenommen worden. Lediglich 10 Personen machten den Unterschied zwischen JA und NEIN. Der Ja-Anteil war 50,207 %, der Nein-Anteil entsprechend 49,793 %. Wie viele Personen haben abgestimmt?

Prozentualer Unterschied : $50{,}207\,\% - 49{,}793\,\% = 0{,}414\,\%$

$0{,}414\,\%$ ≙ 10 Personen 1P

$100\,\%$ ≙ **2415 Personen** 1P

6 Punkte